確率過程論　第12回

担当：三角　淳　2019年7月11日

講義概要

・$\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ はマルコフ連鎖で、状態空間を I とする。$i, j \in I$, $i \leftrightarrow j$ のとき、i が再帰的ならば j も再帰的となり、i が一時的ならば j も一時的となる。

・特に $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ が既約のとき、任意の $i \in I$ が再帰的な場合に $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ が再帰的であるといい、任意の $i \in I$ が一時的な場合に $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ が一時的であるという。

・1次元、2次元のシンプルランダムウォークは再帰的、3次元シンプルランダムウォークは一時的である。

・1次元シンプルランダムウォークが再帰的である理由の説明。

・スターリングの公式：$n! \sim \sqrt{2\pi n}\, n^n e^{-n}$.

レポート問題　以下の[1]の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[**1**] 1次元ランダムウォークで、左右対称でなく左に確率 $\dfrac{3}{7}$、右に確率 $\dfrac{4}{7}$ で移動する場合を考える。

(1) n ステップ推移確率 $p_{00}^{(n)}$ $(n \in \mathbb{N})$ を求めよ。

(2) スターリングの公式を用いて、$\sum_{n=1}^{\infty} p_{00}^{(n)} < \infty$ を確かめよ。（従ってこのランダムウォークは一時的となる。）

補充問題

[**2**] 1次元シンプルランダムウォーク $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ に対して次を求めよ。

(1) $P(X_3 = -1 \,|\, X_0 = 0)$,　(2) $P(X_8 = 4 \,|\, X_0 = 0, X_1 = 1, X_2 = 2)$.

[**3**] 1次元ランダムウォークで、左右対称でなく左に確率 $\dfrac{1}{3}$、右に確率 $\dfrac{2}{3}$ で移動する場合を考える。このとき次を求めよ。

(1) $P(X_5 = 2 \,|\, X_0 = -1)$,　(2) $P(X_7 \geq 5 \,|\, X_0 = 0, X_1 = 1)$.