

確率論演習 第8回

担当：三角 淳 2019年6月7日

例題

[1] 表が確率 $p \in (0, 1)$ 、裏が確率 $1 - p$ で出るような硬貨を繰り返し投げる。1回目から n 回目まで全く表が出ない事象を A_n とするとき次を示せ。

$$P(A_{m+n}|A_m) = P(A_n) \quad (m, n = 1, 2, 3, \dots).$$

レポート問題 以下の [2] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[2] 事象の列 $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$ が独立で、 $P(A_n) = \frac{5}{6}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする。

(1) $P(\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n) = 0$ を示せ。

(2) $P(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n) = 1$ を示せ。ただし仮定の下で $\{A_n^c\}_{n=1}^{\infty}$ も独立であることを証明なしで用いてよい。

黒板での発表用問題

以下の [3]~[5] では、正しいならば、そのことを示せ。正しくないならば、具体的な反例を挙げて正しくないことを説明せよ。

[3] 事象 A, B に対して、 $P(A), P(B) > 0$ かつ $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ならば A と B は排反といえるか。

[4] 事象 A, B, C に対して、 $P(A), P(B) > 0$ かつ A と B が排反ならば $P(C|A \cup B) = P(C|A) + P(C|B)$ といえるか。

[5] 事象 A, B, C に対して、 $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$ ならば A, B, C は独立といえるか。