

確率論演習 第3回

担当：三角 淳 2019年4月26日

例題

[1] Ω を標本空間、 \mathcal{F} を Ω 上の σ -加法族とする。事象 $A_1, A_2, \dots, A_N \in \mathcal{F}$ (N は正の整数) に対して次を示せ。

$$(1) \emptyset \in \mathcal{F}, \quad (2) \bigcup_{n=1}^N A_n \in \mathcal{F}, \quad (3) \bigcap_{n=1}^N A_n \in \mathcal{F}.$$

レポート問題 以下の [2] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[2] Ω を標本空間、 \mathcal{F} を Ω 上の σ -加法族とする。事象 $A_1, A_2, A_3, \dots \in \mathcal{F}$ に対して次を示せ。

$$(1) A_1^c \cap A_2 \cap A_3 \in \mathcal{F}, \quad (2) \bigcup_{n=1}^{\infty} (A_{3n-2}^c \cap A_{3n-1} \cap A_{3n}) \in \mathcal{F}.$$

黒板での発表用問題

[3] Ω を標本空間、 \mathcal{F} を Ω 上の σ -加法族とする。事象 $A, B, C \in \mathcal{F}$ に対して $(A \setminus B) \cup C \in \mathcal{F}$ を示せ。

[4] Ω を標本空間、 \mathcal{F} を Ω 上の σ -加法族とする。事象 $A_1, A_2, A_3, \dots \in \mathcal{F}$ に対して $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n \in \mathcal{F}$ を示せ。

[5] (Ω, \mathcal{F}, P) を確率空間とする。事象 $A_1, A_2, A_3, \dots \in \mathcal{F}$ が排反で、 $P(A_n) = \frac{1}{(n+1)(n+2)}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) のとき $P(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n)$ を求めよ。

[6] 1 から 16 の数字の書かれた 16 枚のカードの中から 1 枚を取り出す。3 の倍数が出る事象を A 、5 の倍数が出る事象を B とする。このとき、 A と B は排反でないことを示せ。また、 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ が成り立つかどうかについて理由を付けて答えよ。