理工系微分積分学　第３回

担当：三角　淳　2019 年 10 月 29 日

講義概要（教科書 p54-58 も参照）

・$f(x,y)$ を 2 変数関数とする。$y=b$ として、x に関する 1 変数関数 $f(x,b)$ が $x=a$ で微分可能のとき、f は (a,b) で x に関して偏微分可能であるという。（$f_x(a,b)$, $\dfrac{\partial f}{\partial x}(a,b)$：偏微分係数）

・$f_x(x,y)$, $\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y)$：$f$ の x に関する偏導関数。（y に関する偏導関数 $f_y(x,y)$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y)$ についても同様に考える。）

・$f(x,y)$ が (a,b) で全微分可能とは、定数 m,n が存在して次をみたすときにいう。

$$f(x,y)-f(a,b)=m(x-a)+n(y-b)+o(\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2})\quad((x,y)\to(a,b)).$$

・$f(x,y)$ の全微分：$df=f_x dx+f_y dy.$

レポート問題　以下の [**1**] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[**1**] 次の関数の偏導関数 $f_x(x,y)$, $f_y(x,y)$ を求めよ。
(1) $f(x,y)=x^3y^7$,　(2) $f(x,y)=e^{-xy}+\cos x$.

補充問題

[**2**] 次の関数の偏導関数 $f_x(x,y,z)$, $f_y(x,y,z)$, $f_z(x,y,z)$ を求めよ。
(1) $f(x,y,z)=xy^2z^3$,　(2) $f(x,y,z)=x^5+2y^2z+1$.

[**3**] (1) $f(x,y)=3x^2+4y^2$ はすべての (a,b) で全微分可能であることを示せ。

(2) $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0),\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ は $(0,0)$ で偏微分可能で、$f_x(0,0)=f_y(0,0)=0$ であることを示せ。また、この $f(x,y)$ は $(0,0)$ で連続でないことを示せ。