

理工系微分積分学 第10回

担当：三角 淳 2018年12月11日

講義概要 (教科書 p108-109 も参照)

・ 広義重積分の計算例。

・ 重積分の変数変換：

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \iint_{D'} f(\phi(u, v), \psi(u, v)) \left| \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} \right| du dv.$$

ただし、 $x = \phi(u, v)$, $y = \psi(u, v)$ は C^1 級の関数で、 (u, v) に (x, y) を対応させる写像によって D' は D の上に 1 対 1 に写されるものとし、 $\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} \neq 0$ ($(u, v) \in D'$) とする。

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[1] m, n を正の整数とする。次の重積分を、 $u = x + y$, $v = x - y$ とおいて u, v に関する積分の形で表し、さらにその値を求めよ。

$$\iint_D (x + y)^m (x - y)^n dx dy, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq x + y \leq 3, 0 \leq x - y \leq 4\}.$$

補充問題

[2] 次の広義重積分を求めよ。

(1) $\iint_D \frac{1}{(x + y + 1)^3} dx dy, \quad D = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0\}.$

(2) $\iint_D \frac{1}{\sqrt{xy}} dx dy, \quad D = \{(x, y) : 0 < x \leq 1, 0 < y \leq 1\}.$

[3] (1) $x = \frac{1}{5}(7u - 3v)$, $y = -\frac{1}{5}(3u - 2v)$ に対して、 $\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}$ を求めよ。

(2) (1) の変数変換を用いて次の重積分を求めよ。

$$\iint_D (2x + 3y)e^{-3x-7y} dx dy, \quad D = \{(x, y) : 0 \leq 2x + 3y \leq 3x + 7y \leq 1\}.$$