統計数学II　第6回

担当：三角　淳　2017年5月23日

講義概要

・パラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程 $\{N_t\}_{t\geq 0}$ に対して

$$S_n = \inf\{t \geq 0 \,|\, N_t = n\} \quad (n \in \mathbb{N}), \quad S_0 = 0$$
$$X_n = S_n - S_{n-1} \quad (n \in \mathbb{N})$$

とおく。S_n はポアソン過程の値がはじめて n となった時刻を表す。$\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ を到着時間列と呼ぶ。

・定義から $S_n = \sum_{k=1}^{n} X_k$ であり、また $\{N_t\}_{t\geq 0}$ と $\{S_n\}_{n=0}^{\infty}$ の間には次のような関係がある。

$$N_t = \sup\{n = 0, 1, 2, \cdots \,|\, S_n \leq t\} \quad (t \geq 0)$$

・上の $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ は独立同分布な確率変数列で、各 X_n はパラメーター λ の指数分布に従う。

レポート問題　以下の [**1**] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[**1**] $\{N_t\}_{t\geq 0}$ をパラメーター 5 のポアソン過程とし、対応する到着時間列を $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ とする。

(1) $P(|X_4 - 2| > 1)$ を求めよ。

(2) $E({X_6}^2)$ を求めよ。

補充問題

[**2**] $\{N_t\}_{t\geq 0}$ をパラメーター 2 のポアソン過程とし、対応する到着時間列を $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ とする。このとき $P(X_4 < X_3 + 1)$ を求めよ。

[**3**] $\{N_t\}_{t\geq 0}$ をパラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程とし、対応する到着時間列を $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ とする。

(1) $Y_n = \max\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ $(n \in \mathbb{N})$ の密度関数を求めよ。

(2) $Z_n = \min\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ $(n \in \mathbb{N})$ の密度関数を求めよ。