

統計数学IB 第7回

担当：三角 淳 2017年11月16日

講義概要 (教科書 p77-78 も参照)

・ 確率変数 X, Y が、任意の $x, y \in \mathbb{R}$ に対して $P(X \leq x, Y \leq y) = P(X \leq x)P(Y \leq y)$ をみたすとき、独立であるという。

・ X, Y が離散型確率変数のとき、 X と Y が独立である事は、任意の $x, y \in \mathbb{R}$ に対して $P(X = x, Y = y) = P(X = x)P(Y = y)$ である事と同値。

・ X, Y が連続型確率変数で、結合密度関数 $f(x, y)$ を持つとき、周辺密度関数を $g(x), h(y)$ とすると、 X と Y が独立である事は、任意の $x, y \in \mathbb{R}$ に対して $f(x, y) = g(x)h(y)$ である事と同値。

補充問題

[1] 【中間試験の予告問題 (関数の形は少し変える予定です)】

連続型確率変数 X, Y が結合密度関数 $f(x, y) = \begin{cases} xe^{-2y} & 0 \leq x \leq 2, y \geq 0 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$ を持つとき、 X と Y は独立である事を示せ。

[2] 離散型確率変数 X, Y の結合分布が次で与えられるとする。

$X \setminus Y$	-1	1
-1	1/2	0
1	0	1/2

- (1) X^2 と Y は独立である事を示せ。
- (2) X と Y は独立でない事を示せ。