統計数学IB　第15回（期末試験）

担当：三角　淳　2018年2月1日

・解答は、結果だけでなく途中の説明もできるだけ丁寧に書いて下さい。

[1] 離散型確率変数 X, Y の結合分布が次で与えられるとする。

X\Y	1	2
1	2/5	1/5
3	3/10	1/10

(1) $E(X), E(Y), E(XY)$ を求めよ。

(2) $\mathrm{Cov}(X, Y)$ を求めよ。

[2] 確率変数 X_1, X_2, X_3 は独立で、$E(X_i) = 0,\ E(X_i^2) = 1\ (1 \leq i \leq 3)$ をみたすとする。このとき次を求めよ。

$$E[(X_1 + X_1X_2 + X_1X_2X_3)^2].$$

[3] n を2以上の整数とする。連続型確率変数 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ は独立で、いずれも $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$ を密度関数に持つとする。このとき次を求めよ。

$$P(\max\{X_1, X_2, \cdots, X_n\} \leq x). \quad (x \in \mathbb{R})$$

[4] $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ は独立な確率変数列で、$E(X_k) = 3,\ \ E(X_k^2) \leq 10\ \ (k = 1, 2, \cdots)$ をみたすとする。$Y_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k$ とおく。このとき、任意の $\varepsilon > 0$ に対して $\lim_{n\to\infty} P(|Y_n - 3| \geq \varepsilon) = 0$ となる事を示せ。

（注：ここでは $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ は同分布とは限らないので、授業でやった形の大数の弱法則を直接適用する事はできない。）

・[1] (1)12点 (2)4点、[2] 8点、[3] 8点、[4] 8点の40点満点です。

・採点結果に関しては、2月5日(月)の正午までに理工学部2号館6階の学部生用掲示板にアナウンスを出す予定です。

・掲示の際に、追レポートの課題が提示される場合があります。その場合は提出期限までかなり短期間となる可能性が高いので、注意して掲示を確認するようにして下さい。