統計数学IB　第13回

担当：三角　淳　2018年1月18日

講義概要（教科書 p121-127 も参照）

・大数の弱法則：
$\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ は独立同分布な確率変数列で、平均 $E(X_k) = m \in (-\infty, \infty)$, 分散 $V(X_k) = \sigma^2 \in [0, \infty)$　$(k = 1, 2, \cdots)$ を持つとする。このとき、任意の $\varepsilon > 0$ に対して

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k - m\right| \geq \varepsilon\right) = 0.$$

・大数の強法則：
$\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ は独立同分布な確率変数列で、平均 $E(X_k) = m \in (-\infty, \infty)$,　$(k = 1, 2, \cdots)$ を持つとする。このとき、

$$P\left(\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k = m\right) = 1.$$

レポート問題　以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[1] $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ を確率変数列、X を確率変数とする。$\lim_{n\to\infty} E(|X_n - X|^2) = 0$ が成り立つならば、任意の $\varepsilon > 0$ に対して $\lim_{n\to\infty} P(|X_n - X| \geq \varepsilon) = 0$ となる事を示せ。

補充問題

[2] $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ は独立同分布な確率変数列で、パラメーター 2 の指数分布に従うものとする。このとき $Y_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k$ $(n \in \mathbb{N})$ の平均と分散を求めよ。

[3] [2] において、任意の $\varepsilon > 0$ に対して次が成り立つ事を示せ。

$$P\left(\left|Y_n - \frac{1}{2}\right| \geq \varepsilon\right) \leq \frac{1}{4\varepsilon^2 n}. \quad (n \in \mathbb{N})$$