

統計数学IB 第10回

担当：三角 淳 2017年12月7日

講義概要 (教科書 p82-83 も参照)

・連続型確率変数 X, Y が独立で、それぞれ密度関数 $g(x), h(x)$ をもつとき、 $X + Y$ の密度関数は $i(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(s)h(x-s)ds$.

・共分散：確率変数 X, Y に対して、

$$\text{Cov}(X, Y) = E[(X - E(X))(Y - E(Y))] = E(XY) - E(X)E(Y).$$

・相関係数： $V(X), V(Y) > 0$ をみたす確率変数 X, Y に対して、 $\rho(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{V(X)}\sqrt{V(Y)}}$.

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[1] 連続型確率変数 X, Y は独立で、 X の密度関数が $g(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$

Y の密度関数が $h(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{2} & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$ とする。このとき $X + Y$ の密度関数を求めよ。

補充問題

[2] 公平なサイコロを2回投げたとき、1回目に出た目を X 、2回目に出た目を Y とする。このとき $\text{Cov}(2X + 3Y, 4X + 5Y)$ を求めよ。

[3] 連続型確率変数 X, Y が結合密度関数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{3}(2x + y) & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$

を持つとする。

(1) $E(X), E(Y), E(XY)$ を求めよ。

(2) $\text{Cov}(X, Y)$ を求めよ。

(3) $V(X), V(Y)$ を求めよ。

(4) $\rho(X, Y)$ を求めよ。