統計数学IA　第14回

担当：三角　淳　2017年7月25日

講義概要 **(教科書 p58–64 も参照)**

・確率変数 X の平均値 (期待値) $E(X)$、分散 $V(X)$ について。

・$E(\alpha X+\beta)=\alpha E(X)+\beta \quad (\alpha,\beta\in\mathbb{R})$.

・$V(\alpha X+\beta)=\alpha^2 V(X) \quad (\alpha,\beta\in\mathbb{R})$.

・関数 $\phi:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ に対して、

(1) X が離散型確率変数のとき $E(\phi(X))=\sum_x \phi(x)P(X=x)$。

(2) X が連続型確率変数のとき $E(\phi(X))=\int_{-\infty}^{\infty}\phi(x)f(x)dx$。
但し $f(x)$ は X の密度関数。

・$V(X)=E((X-E(X))^2)=E(X^2)-E(X)^2$.

補充問題

[1] 【期末試験の予告問題 (数値は変える予定です)】
$1,1,2,3,3,3$ と書かれた6枚のカードの中から2枚を同時に取り出す。取り出されたカードの番号の最大値を X とするとき、$E(2^X)$ を求めよ。

[2] 連続型確率変数 X の密度関数が $f(x)=\begin{cases} a(1-\sqrt{x}) & 0<x<1 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$ とする。

(1) 定数 a の値を求めよ。
(2) $E(X)$, $V(X)$ を求めよ。
(3) $Y=3X+5$ に対して、$E(Y)$, $V(Y)$ を求めよ。

[3] 確率変数 X が $E(X)=m\in(-\infty,\infty)$, $V(X)=\sigma^2\in(0,\infty)$ をみたすとする。このとき

$$\tilde{X}=\frac{X-E(X)}{\sqrt{V(X)}}$$

に対して、$E(\tilde{X})=0$, $V(\tilde{X})=1$ を示せ。

[4] 確率変数 X が正規分布 $N(0,1)$ に従うとする。

(1) $E(X^n)=(n-1)E(X^{n-2})$ $(n=2,3,4,\cdots)$ を示せ。
(2) $E(X^n)$ $(n\in\mathbb{N})$ を求めよ。