統計数学IA　第10回

担当：三角　淳　2017年6月20日

講義概要 (教科書 p42–44 も参照)

・離散型確率変数の分布：$a_1, a_2, \cdots$ を分布関数 F の不連続点とし、$x = a_i$ で F の値が p_i 増加するとする。このとき (i) $\sum_i p_i = 1$、(ii) $P(X = a_i) = p_i$ である。対応 $a_i \mapsto p_i$ を X の分布と呼ぶ。

・対応 $a_i \mapsto p_i$ が離散分布であるとは、実数 $a_1, a_2, \cdots, p_1, p_2, \cdots$ で (i) $p_i \geq 0$、(ii) $\sum_i p_i = 1$ をみたすものが与えられたときにいう。

・離散分布 $a_i \mapsto p_i$ に対して

(1) 平均値 (期待値) $m = \displaystyle\sum_i a_i p_i$　(2) 分散 $\sigma^2 = \displaystyle\sum_i (a_i - m)^2 p_i$

・確率母関数：離散分布 $k \mapsto p_k$ $(k = 0, 1, 2, \cdots)$ に対して $G(z) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k z^k$。

レポート問題　以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[1] 確率変数 X の分布関数が $F(x) = \begin{cases} 0 & x < -5 \\ \dfrac{4}{5} & -5 \leq x < \sqrt{2} \\ 1 & \sqrt{2} \leq x \end{cases}$ とする。このとき各 $k \in \mathbb{R}$ に対して $P(X = k)$ を求めよ。

補充問題

[2] 実力の互角な2人が5番勝負を行うとき、どちらかが先に3勝するまでに行う試合数を X とする。

(1) X の確率関数を求めよ。

(2) X から定まる離散分布の平均値、分散を求めよ。

[3] X は離散型確率変数で、$P(X = k) = \begin{cases} \dfrac{3}{4^k} & k = 1, 2, 3, \cdots \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$ とする。

(1) X の分布関数を求め、グラフの概形を描け。

(2) X から定まる離散分布の平均値を求めよ。