

理工系微分積分学 第12回

担当：三角 淳 2018年1月9日

講義概要（教科書 p116-117 も参照）

・有向曲線について。

・ x, y に関する線積分：有向曲線 $C : x = \phi(t), y = \psi(t)$ （向き $t : a \rightarrow b$ ）と C 上の連続関数 $f(x, y)$ に対して、

$$\int_C f(x, y) dx = \int_a^b f(\phi(t), \psi(t)) \phi'(t) dt,$$
$$\int_C f(x, y) dy = \int_a^b f(\phi(t), \psi(t)) \psi'(t) dt.$$

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。（授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。）

[1] 有向曲線 $C : x = t, y = t^3$ （向き $t : 1 \rightarrow 2$ ）とする。

(1) C を図示せよ。 (2) $\int_C x^2 y dy$ を求めよ。

補充問題

[2] $O = (0, 0), A = (1, 1), B = (2, 0)$ に対して、線分 OA と線分 AB をつないだ折れ線に、 $O \rightarrow A \rightarrow B$ の向きを付けたものを C とする。

(1) $\int_C (x + y) dx$ を求めよ。

(2) C の向きを $B \rightarrow A \rightarrow O$ に変えたものを $-C$ とする。 $\int_{-C} (x + y) dx$ を求めよ。

[3] 有向曲線 $C : x = \phi(t), y = \psi(t)$ （向き $t : a \rightarrow b$ ）と C 上の連続関数 $f(x, y)$ に対して、弧長に関する線積分を

$$\int_C f(x, y) ds = \int_a^b f(\phi(t), \psi(t)) \sqrt{(\phi'(t))^2 + (\psi'(t))^2} dt$$

で定義する。次の線積分を求めよ。

(1) $\int_C x ds$, $C : y = 2x$, 向き : $(0, 0) \rightarrow (1, 2)$.

(2) $\int_C xy ds$, $C : y = x^2$, 向き : $(0, 0) \rightarrow (1, 1)$.