

統計数学II 第4回

担当：三角 淳 2016年5月10日

講義概要

・ポアソン過程の定義：計数過程 $\{N_t\}_{t \geq 0}$ が $N_0 = 0$ で、定常独立増分をもち、任意の $t > 0$ に対して N_t はパラメーター λt のポアソン分布に従うとする。このような $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程と呼ぶ。

・計算例：上の $\{N_t\}_{t \geq 0}$ に対して次が成り立つ。

$$P(N_s = 1 | N_t = 1) = \frac{s}{t} \quad (0 < s < t)$$

・ $0 < s < t$ に対して、 N_s と N_t は独立でない事に注意。

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[1] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメーター $\frac{1}{8}$ のポアソン過程とする。

(1) $P(N_{20} - N_4 > 2)$ を求めよ。

(2) N_{24} の平均と分散を求めよ。

補充問題

[2] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程とする。このとき任意の $0 < s < t$, $n, m = 0, 1, 2, \dots, n \leq m$ に対して次を示せ。

$$P(N_t = m | N_s = n) = e^{-\lambda(t-s)} \frac{\{\lambda(t-s)\}^{m-n}}{(m-n)!}$$

[3] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程とする。このとき任意の $0 < s < t$, $n, m = 0, 1, 2, \dots, n \geq m$ に対して次を示せ。

$$P(N_s = m | N_t = n) = \binom{n}{m} \left(\frac{s}{t}\right)^m \left(1 - \frac{s}{t}\right)^{n-m}$$