

統計数学IB 第5回

担当：三角 淳 2016年11月11日

講義概要 (教科書 p74-75 も参照)

・以下では確率変数 X, Y は連続型とする。任意の $x, y \in \mathbb{R}$ に対して $f(x, y) \geq 0$ かつ $P(X \leq x, Y \leq y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(s, t) ds dt$ をみたすような $f(x, y)$ を、 X, Y の結合密度関数と呼ぶ。

・定義から分かる事：
$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy = 1.$$

・ $P((X, Y) \in S) = \int \int_S f(x, y) dx dy. (S \subset \mathbb{R}^2)$

・一般に、(確率変数に関係なく) $f(x, y) \geq 0, \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy = 1$ をみたすような $f(x, y)$ を2次元密度関数と呼ぶ。

さらに、 $g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy (x \in \mathbb{R}), h(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx (y \in \mathbb{R})$ を、 $f(x, y)$ の周辺密度関数と呼ぶ。

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。

[1] 連続型確率変数 X, Y が結合密度関数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{28}(xy^2 + 1) & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$ を持つとき、周辺密度関数 $g(x), h(y)$ を求めよ。

補充問題

[2] 連続型確率変数 X, Y が結合密度関数 $f(x, y) = \begin{cases} a(x+y) & 0 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq 5 \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$ を持つとする。このとき定数 a の値を求めよ。

[3] 連続型確率変数 X, Y が結合密度関数 $f(x, y) = \begin{cases} e^{-y} & 0 \leq x \leq y \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$ を持つとき、 $P(X \leq 1, Y \leq 2)$ を求めよ。

本日 11/11 の授業終了後、以下の通りサプリアレクソン (時間外補習) を実施します。

時間帯：15時～18時 (好きな時間に質問・相談に来て、好きな時間に帰る形です。)

場所：理学部2号館5階 数学第1演習室

統計数学IBの授業に関係する個別の質問・相談(授業内容のよく分からなかったところや、演習問題の復習など)に、サポート学生(大学院生)が対応してくれます。ぜひ気軽に利用して下さい。