

# 統計数学IA演習 第2回

担当：三角 淳 2016年4月20日

## 例題

[1]  $n \in \mathbb{N}$  とする。集合  $A_1, A_2, \dots, A_n, B$  が、任意の  $k = 1, 2, \dots, n$  に対して  $A_k \subset B$  をみたすとする。このとき、 $\cup_{k=1}^n A_k \subset B$  を示せ。

[2]  $\Omega = \{1, 2, 3\}$  とし、写像  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  を  $X(1) = 5, X(2) = -7, X(3) = 10$  で定める。

(1)  $A = \{2, 3\} \subset \Omega$  に対して、 $X(A) = \{X(\omega) \mid \omega \in A\}$  を求めよ。

(2) 区間  $B = [0, \infty) \subset \mathbb{R}$  に対して、 $X^{-1}(B) = \{\omega \in \Omega \mid X(\omega) \in B\}$  を求めよ。

レポート問題 以下の [3],[4] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[3]  $n \in \mathbb{N}$  とする。集合  $A_1, A_2, \dots, A_n, B_1, B_2, \dots, B_n$  が、任意の  $k = 1, 2, \dots, n$  に対して  $A_k \supset B_k$  をみたすとする。このとき、 $\cap_{k=1}^n A_k \supset \cap_{k=1}^n B_k$  を示せ。

[4]  $\Omega = (0, \infty)$  とし、写像  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  を  $X(\omega) = \frac{1}{\omega^2}$  ( $\omega \in (0, \infty)$ ) で定める。

(1)  $A = (2, 6) \subset \Omega$  に対して、 $X(A)$  を求めよ。

(2)  $B = [-16, 4] \subset \mathbb{R}$  に対して、 $X^{-1}(B)$  を求めよ。

## 補充問題

[5] 次を示せ。

$$(1) \bigcup_{n=1}^{\infty} \left[0, 1 - \frac{1}{n}\right] = [0, 1), \quad (2) \bigcap_{n=1}^{\infty} \left[0, 1 + \frac{1}{n}\right] = [0, 1].$$

[6] 集合  $\Omega$  と写像  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $A, B \subset \mathbb{R}$  に対して次を示せ。

$$X^{-1}(A \cup B) = X^{-1}(A) \cup X^{-1}(B).$$