

統計数学II 第6回

担当：三角 淳 2015年11月24日

講義概要

・パラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程 $\{N_t\}_{t \geq 0}$ に対して

$$S_n = \inf\{t \geq 0 \mid N_t = n\} \quad (n \in \mathbb{N}), \quad S_0 = 0$$
$$X_n = S_n - S_{n-1} \quad (n \in \mathbb{N})$$

とおく。 S_n はポアソン過程の値がはじめて n となった時刻を表す。 $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ を到着時間列と呼ぶ。

・定義から $S_n = \sum_{k=1}^n X_k$ であり、また $\{N_t\}_{t \geq 0}$ と $\{S_n\}_{n=0}^{\infty}$ の間には次のような関係がある。

$$N_t = \sup\{n = 0, 1, 2, \dots \mid S_n \leq t\} \quad (t \geq 0)$$

・上の $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ は独立同分布な確率変数列で、各 X_n はパラメーター λ の指数分布に従う。

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[1] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメーター 2 のポアソン過程とし、対応する到着時間列を $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ とする。

- (1) $P(|X_7 - 3| > 1)$ を求めよ。
- (2) $E(X_9^2)$ を求めよ。

補充問題

[2] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメーター 2 のポアソン過程とし、対応する到着時間列を $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ とする。このとき $P(X_4 < X_3 + 1)$ を求めよ。

[3] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程とし、対応する到着時間列を $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ とする。

- (1) $Y_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ ($n \in \mathbb{N}$) の密度関数を求めよ。
- (2) $Z_n = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ ($n \in \mathbb{N}$) の密度関数を求めよ。