

統計数学IA演習 第3回

担当：三角 淳 2015年5月7日

例題

[1] Ω を標本空間、 \mathcal{F} を Ω 上の σ -加法族とする。事象 $A, B, C \in \mathcal{F}$ に対して次を示せ。

(1) $A^c \cup B^c \in \mathcal{F}$, (2) $A \cap B \cap C^c \in \mathcal{F}$.

[2] (Ω, \mathcal{F}, P) を確率空間とする。事象 $A_1, A_2, A_3, \dots \in \mathcal{F}$ が排反で、 $P(A_n) = \frac{1}{3^n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) のとき次を求めよ。

(1) $P(A_1 \cup A_2)$, (2) $P(\cup_{n=1}^N A_n)$ ($N \in \mathbb{N}$), (3) $P(\cup_{n=1}^{\infty} A_n)$.

レポート問題 以下の [3],[4] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[3] Ω を標本空間、 \mathcal{F} を Ω 上の σ -加法族とする。事象 $A_1, A_2, A_3, \dots \in \mathcal{F}$ に対して次を示せ。

(1) $(A_1 \cap A_2) \setminus A_3 \in \mathcal{F}$, (2) $\cup_{n=1}^{\infty} (A_{2n-1} \setminus A_{2n}) \in \mathcal{F}$.

[4] 表の出る確率が $\frac{3}{8}$ の硬貨を繰り返し投げる。 n 回目にはじめて裏が出る事象を A_n とする。

(1) $P(A_n)$ ($n \in \mathbb{N}$) を求めよ。(答えのみでよい)

(2) いつかは裏が出る確率 $P(\cup_{n=1}^{\infty} A_n)$ を求めよ。

補充問題

[5] 集合 Ω とその部分集合 A に対して、定義関数 $1_A : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ を次で定める。

$$1_A(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega \in A \\ 0 & \omega \notin A \end{cases}$$

このとき、任意の $a \in \mathbb{R}$ に対して $\{\omega \in \Omega \mid 1_A(\omega) \leq a\} \in \{\emptyset, A, A^c, \Omega\}$ を示せ。

[6] 集合 Ω とその部分集合 A, B に対して次を示せ。

(1) $1_{A \cap B}(\omega) = 1_A(\omega)1_B(\omega)$ ($\omega \in \Omega$).

(2) A と B が排反ならば、 $1_{A \cup B}(\omega) = 1_A(\omega) + 1_B(\omega)$ ($\omega \in \Omega$).