

# 統計数学II 第6回

担当：三角 淳 2014年5月27日

## 講義概要

・パラメーター  $\lambda > 0$  のポアソン過程  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  に対して

$$S_n = \inf\{t \geq 0 \mid N_t = n\} \quad (n \in \mathbb{N}), \quad S_0 = 0$$
$$X_n = S_n - S_{n-1} \quad (n \in \mathbb{N})$$

とおく。 $S_n$  はポアソン過程の値がはじめて  $n$  となった時刻を表す。 $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$  を到着時間列と呼ぶ。

・定義から  $S_n = \sum_{k=1}^n X_k$  であり、また  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  と  $\{S_n\}_{n=0}^{\infty}$  の間には次のような関係がある。

$$N_t = \sup\{n = 0, 1, 2, \dots \mid S_n \leq t\} \quad (t \geq 0)$$

・上の  $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$  は独立同分布な確率変数列で、各  $X_n$  はパラメーター  $\lambda$  の指数分布に従う。

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[1]  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  をパラメーター 5 のポアソン過程とし、対応する到着時間列を  $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$  とする。

- (1)  $P(|X_6 - 4| \geq 2)$  を求めよ。
- (2)  $E(X_8^3)$  を求めよ。

## 補充問題

[2]  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  をパラメーター 2 のポアソン過程とし、対応する到着時間列を  $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$  とする。このとき  $P(X_4 < X_3 + 1)$  を求めよ。

[3]  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  をパラメーター  $\lambda > 0$  のポアソン過程とし、対応する到着時間列を  $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$  とする。

- (1)  $Y_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) の密度関数を求めよ。
- (2)  $Z_n = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) の密度関数を求めよ。