

# 統計数学II 第4回

担当：三角 淳 2014年5月13日

## 講義概要

- ・ポアソン過程の定義：計数過程  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  が  $N_0 = 0$  で、定常独立増分をもち、任意の  $t > 0$  に対して  $N_t$  はパラメーター  $\lambda t$  のポアソン分布に従うとする。このような  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  をパラメーター  $\lambda > 0$  のポアソン過程と呼ぶ。
- ・計算例：上の  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  に対して次が成り立つ。

$$P(N_s = 1 | N_t = 1) = \frac{s}{t} \quad (0 < s < t)$$

- ・  $0 < s < t$  に対して、 $N_s$  と  $N_t$  は独立でない事に注意。

レポート問題 以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。(授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[1]  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  をパラメーター  $\frac{1}{2}$  のポアソン過程とする。

- (1)  $P(N_9 - N_1 < 3)$  を求めよ。
- (2)  $N_{14}$  の平均と分散を求めよ。

## 補充問題

[2]  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  をパラメーター  $\lambda > 0$  のポアソン過程とする。このとき任意の  $0 < s < t$ ,  $n, m = 0, 1, 2, \dots, n \leq m$  に対して次を示せ。

$$P(N_t = m | N_s = n) = e^{-\lambda(t-s)} \frac{\{\lambda(t-s)\}^{m-n}}{(m-n)!}$$

[3]  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  をパラメーター  $\lambda > 0$  のポアソン過程とする。このとき任意の  $0 < s < t$ ,  $n, m = 0, 1, 2, \dots, n \geq m$  に対して次を示せ。

$$P(N_s = m | N_t = n) = \binom{n}{m} \left(\frac{s}{t}\right)^m \left(1 - \frac{s}{t}\right)^{n-m}$$