

統計数学II 第16回(期末試験)

担当：三角 淳 2014年8月5日

・ [1] (1), [4] (1) 以外は、結果だけでなく途中過程も書いて下さい。

[1] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメーター $\frac{1}{6}$ のポアソン過程とする。

(1) $P(N_3 = n)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) を求めよ。(答えのみでよい)

(2) $E(6^{-N_3})$ を求めよ。

[2] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメーター 1 のポアソン過程とする。 $S_n = \inf\{t \geq 0 \mid N_t = n\}$ とするとき、 $P(S_2 \leq 5)$ を次の2通りの方法で求めよ。

(1) $S_2 \leq 5$ と $N_5 \geq 2$ が同値である事を用いる。

(2) S_2 の密度関数が $f(x) = xe^{-x}$ ($x \geq 0$) である事を用いる。

[3] 推移行列が $\mathbf{P} = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 12 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 6 \\ 3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$ で与えられるようなマルコフ連鎖 $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ を考える。状態空間は $I = \{1, 2, 3\}$ とする。

(1) このマルコフ連鎖は既約か。理由を付けて答えよ。

(2) $P(X_{2014} = 2 \mid X_{2011} = 3)$ を求めよ。

[4] 1次元シンプルランダムウォーク $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ に対して、

(1) 状態推移図を書け。

(2) $P(X_8 = 4 \mid X_0 = 0, X_1 = 1, X_2 = 2)$ を求めよ。

・ [1] (1) 5点 (2) 15点 [2] (1) 15点 (2) 15点 [3] (1) 15点 (2) 15点 [4] (1) 5点 (2) 15点の100点満点です。採点結果に関しては、8月7日(木)の正午までに理学部2号館6階の学部生用掲示板にアナウンスを出す予定です。