統計数学II　第8回

担当：三角　淳　2012年11月27日

講義概要

・ポアソン過程の分解に関する前回の補足。
・再生過程について：$\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ を独立同分布な確率変数列で、正の値をとるものとする。これに対して

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} X_k \quad (n \in \mathbb{N}), \quad S_0 = 0$$
$$N_t = \sup\{n = 0, 1, 2, \cdots \mid S_n \le t\} \quad (t \ge 0)$$

とおく。このようにして定まる計数過程 $\{N_t\}_{t \ge 0}$ を再生過程と呼ぶ。
・X_1 の分布が指数分布のときがポアソン過程に対応している。X_1 の分布が一般のとき、再生過程は必ずしも定常独立増分をもたない。

レポート問題　以下の [1] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。 (授業に関する要望・質問等があれば、レポートの余白に記入して下さい。)

[1] $\{N_t\}_{t \ge 0}$ を到着時間列 $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ から定まる再生過程とする。X_1 は連続型確率変数で、密度関数が $f(x) = \dfrac{2}{x^2}$ $(x \ge 2)$ で与えられるとする。このとき $\{N_t\}_{t \ge 0}$ は定常増分をもたない事を示せ。

補充問題

[2] $\{N_t^{(1)}\}_{t \ge 0}$, $\{N_t^{(2)}\}_{t \ge 0}$ をパラメーター $1, 2$ の独立なポアソン過程とする。このとき「$N_s^{(1)} = 2$ かつ $N_s^{(2)} = 3$」となるような時刻 $s \ge 0$ が存在する確率を求めよ。

[3] $\{N_t\}_{t \ge 0}$ をパラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程とする。このとき任意の $0 < s < t$, $n, m = 0, 1, 2, \cdots$, $n \ge m$ に対して次を示せ。

$$P(N_s = m \mid N_t = n) = \binom{n}{m} \left(\frac{s}{t}\right)^m \left(1 - \frac{s}{t}\right)^{n-m}$$