

統計数学II 第8回

担当：三角 淳 2011年11月29日

講義概要

- ・ポアソン過程の分解に関する前回の補足。
- ・再生過程について： $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ を独立同分布な確率変数列で、正の値をとるものとする。これに対して

$$S_n = \sum_{k=1}^n X_k \quad (n \in \mathbb{N}), \quad S_0 = 0$$
$$N_t = \sup\{n = 0, 1, 2, \dots \mid S_n \leq t\} \quad (t \geq 0)$$

とおく。このようにして定まる計数過程 $\{N_t\}_{t \geq 0}$ を再生過程と呼ぶ。

- ・ X_1 の分布が指数分布のときがポアソン過程に対応している。 X_1 の分布が一般のとき、再生過程は必ずしも定常独立増分をもたない。

レポート問題 (以下の [1] の解答を、次回の授業の終わりに提出して下さい。)

- [1] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ を到着時間列 $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ から定まる再生過程とする。 X_1 は連続型確率変数で、密度関数が $p(x) = e^{-x+1}$ ($x \geq 1$) で与えられるとする。このとき $\{N_t\}_{t \geq 0}$ は定常増分をもつか。理由を付けて答えよ。

補充問題

- [2] $\{N_t^{(1)}\}_{t \geq 0}$, $\{N_t^{(2)}\}_{t \geq 0}$ をパラメーター 1, 2 の独立なポアソン過程とする。このとき「 $N_s^{(1)} = 2$ かつ $N_s^{(2)} = 3$ 」となるような時刻 $s \geq 0$ が存在する確率を求めよ。

- [3] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程とする。このとき任意の $0 < s < t$, $n, m = 0, 1, 2, \dots, n \geq m$ に対して次を示せ。

$$P(N_s = m \mid N_t = n) = \binom{n}{m} \left(\frac{s}{t}\right)^m \left(1 - \frac{s}{t}\right)^{n-m}$$