

統計数学II 第5回

担当：三角 淳 2011年11月8日

講義概要

- ・条件付期待値の計算：確率変数 X と、 $P(A) > 0$ をみたす事象 A に対して

$$E[X|A] = \frac{E[X1_A]}{P(A)}.$$

ここで 1_A は事象 A が起こったときに値 1 をとり、起こらなかったときに値 0 をとるような確率変数である。

- ・計算例 1： $\{N_t\}_{t \geq 0}$ がパラメーター $\lambda > 0$ のポアソン過程のとき

$$E[N_t N_s] = \lambda s(\lambda t + 1) \quad (0 < s < t)$$

- ・計算例 2：上の $\{N_t\}_{t \geq 0}$ に対して

$$E[N_t | N_s = k] = \lambda(t - s) + k \quad (0 < s < t, k = 0, 1, 2, \dots)$$

レポート問題 (以下の [1] の解答を、次回の授業の終わりに提出して下さい。)

- [1] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ がパラメーター 1 のポアソン過程のとき、 $E[N_3 N_2 | N_1 = 0]$ を求めよ。

補充問題

- [2] 離散型確率変数 X を $P(X = k) = \frac{1}{3}$ ($k = 1, 2, 3$) であるようなものとする。このとき、 $E[X | X \geq 2]$ を次の 2 通りの方法で求めよ。

- (1) $\frac{E[X1_{\{X \geq 2\}}]}{P(X \geq 2)}$ を計算する。
- (2) $\sum_k k P(X = k | X \geq 2)$ を計算する。

- [3] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ がパラメーター 2 のポアソン過程のとき次を求めよ。

- (1) $E[N_1^2 N_4]$,
- (2) $E[N_3^2 | N_1 = 1]$.