

統計数学IB演習 第14回

担当：三角 淳 2011年7月26日

・以下において X, Y は連続型確率変数とする。

例題

[1] X, Y の結合密度関数が $f(x, y) = \frac{1}{3}(x + y)$ ($0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1$) で与えられるとする。

(1) X の周辺密度関数 $g(x)$ ($x \in \mathbb{R}$) を求めよ。

(2) $X = 1$ が与えられたときの Y の条件付密度関数 $h(y) = \frac{f(1, y)}{g(1)}$ ($y \in \mathbb{R}$) を求めよ。

[2] [1] の X, Y に対して条件付期待値 $E[Y | X = 1] = \int_{-\infty}^{\infty} yh(y)dy$ を求めよ。

レポート問題 (以下の [3],[4] の解答を、7月29日の13時までに619号室の入口の袋に提出して下さい。)

[3] X, Y の結合密度関数が $f(x, y) = \frac{1}{15}(1 + xy)$ ($0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3$) で与えられるとする。

(1) Y の周辺密度関数 $g(y)$ ($y \in \mathbb{R}$) を求めよ。

(2) $Y = 2$ が与えられたときの X の条件付密度関数 $h(x) = \frac{f(x, 2)}{g(2)}$ ($x \in \mathbb{R}$) を求めよ。

[4] [3] の X, Y に対して条件付期待値 $E[X^2 | Y = 2] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2h(x)dx$ を求めよ。

補充問題

[5] [1](2) の $h(y)$ が $\int_{-\infty}^{\infty} h(y)dy = 1$ をみたす事を確かめよ。

[6] [1] の X, Y に対して次の条件付期待値を求めよ。

(1) $E[Y^3 | X = 1] = \int_{-\infty}^{\infty} y^3h(y)dy$, (2) $E[e^{-Y} | X = 1] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-y}h(y)dy$.