

統計数学IB演習 第13回

担当：三角 淳 2011年7月12日

・以下において X, Y は離散型確率変数とする。

例題

[1] X, Y の結合分布が次で与えられるとする。このとき、 $X = 1$ が与えられたときの Y の条件付分布を求めよ。(すなわち各 k に対して $P(Y = k | X = 1)$ を求めよ。)

$X \setminus Y$	1	2	3
1	1/8	1/16	1/4
2	3/16	1/4	1/8

[2] [1] の X, Y に対して条件付期待値 $E[X | Y = 2] = \sum_k kP(X = k | Y = 2)$ を求めよ。

レポート問題 (以下の [3],[4] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。)

[3] X, Y の結合分布が次で与えられるとする。このとき、 $X + Y = 3$ が与えられたときの X の条件付分布を求めよ。(すなわち各 k に対して $P(X = k | X + Y = 3)$ を求めよ。)

$X \setminus Y$	0	1	2
1	1/24	1/12	1/4
2	1/6	1/24	1/8
3	1/12	0	5/24

[4] [3] の X, Y に対して条件付期待値 $E[Y | |X - Y| \leq 1] = \sum_k kP(Y = k | |X - Y| \leq 1)$ を求めよ。

補充問題

[5] [1] の X, Y に対して

(1) $X = 2$ が与えられたときの Y の条件付分布を求めよ。
(すなわち各 k に対して $P(Y = k | X = 2)$ を求めよ。)

(2) 条件付期待値 $E[Y^2 | X = 2] = \sum_k k^2 P(Y = k | X = 2)$ を求めよ。

[6] [1] の X, Y に対して条件付期待値 $E[XY | Y \geq 2] = \sum_{k,l} klP(X = k, Y = l | Y \geq 2)$ を求めよ。