

# 統計数学IB演習 第11回

担当：三角 淳 2011年6月28日

## 例題

[1] 表と裏が同じ確率で出る硬貨を3回投げたとき、1回目までに表の出た回数を  $X$ 、2回目までに表の出た回数を  $Y$ 、3回目までに表の出た回数を  $Z$  とする。このとき  $X, Y, Z$  が独立かどうか調べよ。

[2] 確率変数  $X, Y, Z$  は独立で、いずれも区間  $[0, 4]$  上の一様分布に従うとする。このとき次を求めよ。

(1)  $E[XYZ]$ , (2)  $V(X + Y + Z)$ .

レポート問題 (以下の [3],[4] の解答を、次回の授業のはじめに提出して下さい。)

[3] 確率変数  $X_1, X_2, \dots, X_6$  は独立で、 $E[e^{X_i}] = i$  ( $1 \leq i \leq 6$ ) をみたすとする。このとき  $E[\exp\{\sum_{i=1}^6 X_i\}]$  を求めよ。

[4] 確率変数  $X, Y, Z$  は独立で、いずれも二項分布  $B(2, \frac{1}{4})$  に従うとする。このとき次を求めよ。

(1)  $E[\frac{XY}{1+Z}]$ , (2)  $V(X + 3Y + 6Z)$ .

## 補充問題

[5]  $X$  は離散型確率変数で、 $P(X = k) = \frac{1}{4}$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) とする。 $Y = 1_{\{X \in \{1, 2\}\}}$ ,  $Z = 1_{\{X \in \{1, 3\}\}}$ ,  $W = 1_{\{X \in \{1, 4\}\}}$  と定める。

(1)  $Y$  と  $Z$ 、 $Z$  と  $W$ 、 $W$  と  $Y$  はそれぞれ独立である事を示せ。

(2)  $Y, Z, W$  は独立でない事を示せ。

[6]  $n$  を正の整数とする。確率変数  $X_1, X_2, \dots, X_n$  は独立で、 $E[X_i] = 0$ ,  $E[X_i^2] = 1$  ( $1 \leq i \leq n$ ) をみたすとする。このとき次を求めよ。

$$E[(X_1 + X_1X_2 + \dots + X_1X_2 \dots X_n)^2].$$