

統計数学II 期末試験

担当：三角 淳 2011年2月8日実施

・解答は、結果だけでなく途中過程も書いて下さい。

[1] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメータ 2 のポアソン過程とする。このとき、次を求めよ。

- (1) $P(N_4 < 5 \mid N_2 = 2)$.
- (2) $E[N_3^2 \mid N_1 = 1]$.

[2] $\{N_t\}_{t \geq 0}$ をパラメータ $\frac{1}{2}$ のポアソン過程とする。ポアソン過程の値がはじめて $n \in \mathbb{N}$ となった時刻を S_n とするとき、 S_{2011} の平均と分散を求めよ。

[3] 初期分布が $\pi(0) = \left(\frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \right)$ 、推移行列が $\mathbf{P} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ で与えられるような

マルコフ連鎖 $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ を考える。状態空間は $I = \{1, 2, 3\}$ とする。このとき、 $P(X_3 = 1)$, $P(X_3 = 2)$, $P(X_3 = 3)$ を求めよ。

[4] $0 \leq a, b \leq 1$ に対して、推移行列が $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a & 0 & 1-a \\ 0 & 1-b & b \end{pmatrix}$ で与えられるようなマ

ルコフ連鎖を考える。

- (1) このマルコフ連鎖が既約であるための a, b の条件を求めよ。
- (2) このマルコフ連鎖がエルゴード的であるための a, b の条件を求めよ。