

統計数学 II 期末試験問題の略解 (2011年2月8日実施分)

担当：三角 淳

[1] (1)15点(2)15点、[2] 20点、[3] 20点、[4] (1)15点(2)15点の100点満点です。今回の期末試験、および普段のレポートの提出状況をもとに成績評価を行います。採点結果に関しては、2月10日(木)の正午までに理学部2号館6階の学部生用掲示板にアナウンスを出す予定です。

[1] (1) $P(N_4 < 5 | N_2 = 2) = P(N_4 - N_2 < 3) = 13e^{-4}$.

(2) $N_3^2 = \{(N_3 - N_1) + N_1\}^2$ である事に注意して計算すれば、求める条件付き期待値は29です。

[2] 独立同分布な確率変数列 $\{X_k\}_{k=1}^{\infty}$ で、各 X_k がパラメータ $\frac{1}{2}$ の指数分布に従うよう

なものに対して $S_{2011} = \sum_{k=1}^{2011} X_k$ と表される事より

$$E[S_{2011}] = \sum_{k=1}^{2011} E[X_k] = 2011 \times 2 = 4022,$$

$$\text{Var}(S_{2011}) = \sum_{k=1}^{2011} \text{Var}(X_k) = 2011 \times 4 = 8044$$

となります。

[3] $\pi(0)\mathbf{P}^3 = \left(\frac{4}{9} \quad \frac{11}{36} \quad \frac{1}{4} \right)$ だから、 $P(X_3 = 1) = \frac{4}{9}$, $P(X_3 = 2) = \frac{11}{36}$, $P(X_3 = 3) = \frac{1}{4}$ が求めるものです。

[4] (1) 「 $a \neq 0, 1$ かつ $b \neq 1$ 」のとき、3つの状態全ての間で相互到達可能となり、既約になります。

(2) 「 $a \neq 0, 1$ かつ $b \neq 0, 1$ 」のとき、既約かつ周期が1となり、エルゴード的になります。

[レポート問題13の説明] (1) 推移行列が $\begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$ のとき、既約だが周期2よ

りエルゴード的ではありません。

(2) 推移行列が $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \end{pmatrix}$ のとき、既約かつ周期1よりエルゴード的です。