

体論 やってみよう問題 No.07

出席番号、名前：_____

問題 7.1. $\alpha = \sqrt{2}, \beta = \sqrt{5}, \gamma = \alpha + \beta$ とおく。 $M = \mathbb{Q}(\gamma)$ とおく。このとき、次の問いに答えよ。

1. \mathbb{Q} 上の α の最小多項式を求めよ。(最小であることは証明しなくて良い。)
2. $\mathbb{Q}(\gamma)$ 上の α の方程式を 2 つ求めよ。(たくさんあるわけだが「すなお」なものをとること。)
3. $\alpha \in \mathbb{Q}(\gamma)$ であることを示せ。

問題 7.2. \mathbb{Q} 上の代数的数 α, β で、 $\mathbb{Q}(\alpha + \beta) \neq \mathbb{Q}(\alpha, \beta)$ である例を挙げなさい。(説明は最小限で良い。)
