

体論 やってみよう問題 No.03

出席番号、名前： _____

問題 3.1. 写像 $\varphi: \mathbb{Q}[X] \rightarrow \mathbb{C}$ を $\varphi(p(X)) = p(\sqrt{2})$ で定義する。このとき、次の各問に答えなさい。

1. φ は環の準同型であることを示しなさい。
 2. $\text{Ker}(\varphi) = (X^2 - 2)$ であることを示しなさい。
 3. φ は環の同型 $\mathbb{Q}[X]/(X^2 - 2) \cong \mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ を誘導することを示しなさい。
 4. $\mathbb{Q}[\sqrt{2}]$ は体である (したがって、 $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ と等しい) ことを示しなさい。
-