

# 多変数の微分積分 中間試験的なレポート 問題

- 答えは論理的に、貴方の考えが伝わるように書くこと。数値的な答えだけではほとんど点はありません。
- 本稿は現在暫定版です。間違いがある場合などに予告なしに変更される可能性があります。

## 問題 124.1.

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; (x^3 - x)(y^2 - y) = 0\}$$

とおく。このとき、以下の各問いに答えなさい。

1.  $S$  の概形を描きなさい。
2.  $S$  は開集合ではないことを示しなさい。
3.  $S$  は閉集合であることを示しなさい。

(ただし、 $\mathbb{R}^2$  には通常位相を入れるものとする。)

## 問題 124.2.

$f: X = \mathbb{R}_{>0} \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  を

$$f(r, \theta, \varphi) = (f_1(r, \theta, \varphi), f_2(r, \theta, \varphi), f_3(r, \theta, \varphi)) = (r \sin(\theta) \cos(\varphi), r \sin(\theta) \sin(\varphi), r \cos(\theta))$$

で定義する。このとき、以下の各問いに答えなさい。

1.  $f_1, f_2, f_3$  の  $(r, \theta, \varphi) \in X$  における全微分  $df_1|_{(r, \theta, \varphi)}, df_2|_{(r, \theta, \varphi)}, df_3|_{(r, \theta, \varphi)}$  をそれぞれ求めなさい。
2.  $f$  の  $(r, \theta, \varphi) \in X$  における全微分  $Df|_{(r, \theta, \varphi)}$  を求めなさい。
3.  $\det(Df|_{(r, \theta, \varphi)})$  を求めなさい。 どう計算したかも必ず書くこと。