

線形代数学 II やってみよう問題 NO.8

出席番号、名前： _____

問題 8.1. 不定元 (変数) x に関する 3 次以下の複素数係数の多項式の全体を V とおく。
つまり

$$V = \{c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3; c_0, c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{C}\}.$$

V から V への線形写像 H を

$$H(f) = \frac{d}{dx} \left((x^2 - x) \frac{d}{dx}(f) \right)$$

で定義する。

(1)

(2) $\{1, x, x^2, x^3\}$ を V の基底にを使って H を行列表示せよ。 $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -9 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}$

(3) H の固有多項式をもとめよ。

(4) H の固有方程式の解をすべて求めよ。

(5) H を対角化せよ。 $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -6 & -12 \\ 0 & 0 & 6 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & -20 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}$ とおくと $HP = PD$.

問題 8.0.1. 一行感想を述べてください。

答:

一行感想以外の答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。