

理工系線形代数学 NO.14

例題 14.1. $A = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -4 & 5 \end{bmatrix}$ とする。このとき次の各問に答えよ。

- (1) A の固有値をすべて求めよ。
- (2) A の各固有値に関する固有ベクトルを一つずつ求めよ。
- (3) A を対角化せよ。

答 (1) 7, 1, 6

(2) 固有ベクトルの一つは

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -17 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 28 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

(3) (2) の結果を並べると

$$A \begin{bmatrix} 1 & -17 & 28 \\ 0 & 6 & 1 \\ 0 & 6 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -17 & 28 \\ 0 & 6 & 1 \\ 0 & 6 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & & \\ & 1 & \\ & & 6 \end{bmatrix}$$

よって、 $P = \begin{bmatrix} 1 & -17 & 28 \\ 0 & 6 & 1 \\ 0 & 6 & -4 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 7 & & \\ & 1 & \\ & & 6 \end{bmatrix}$ とおけば、 P は正則行列で、
 $P^{-1}AP = D$ (対角行列)