

線形代数学 II NO.51
(期末試験的なレポート問題)

- 答えは論理的に、貴方の考えが伝わるように書くこと。数値的な答えだけではほとんど点はありません。
- 2022年7/21日(2)の(b)の赤書きの部分を訂正しました。(それ以前はPのところ(一文字)がJになっていた) ついでに注意書きも加えておきました。
- なお、カラープリンタを用いて無理に対応する必要はありません。もし不明な点があれば、土基までお尋ね下さい。

問題 0.1. 次の各問いに答えよ。ただし(1)の証明ができなくてもその結果を(2)に用いて良い((1)と(2)とは独立に採点することにする)。

(1) $P \in M_n(\mathbb{C}), S \in M_m(\mathbb{C}), Q \in M_{n,m}(\mathbb{C})$ とする。

$$A_1 = \begin{pmatrix} P & Q \\ 0 & S \end{pmatrix}$$

に対して、 $\det(A_1) = \det(P) \det(S)$ を証明せよ。

(2)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

とおく。

- (a) A の固有多項式を求めよ。
- (b) $P \in GL_5(\mathbb{C})$ を用いて $J = P^{-1}AP$ が Jordan の標準型に等しいとき、 J を求めよ。(J の候補は複数あるが、一つ示せば良い。)
[注意:(2)の P と(1)の P とは別物と考えて下さい。]
- (c) 前小問の P を求めよ。(これも一つでよい。)