

線形代数学 II やってみよう問題 NO.10 ヒント

出席番号、名前： \_\_\_\_\_

問題 10.1. ヒント

- (3) 前小問の仮定のもと、 $f_A(x) = (x - \lambda)f_B(x)$  を証明せよ。  
第一列に関する行列式の展開をもちいる。

$$f_A(x) = \det \begin{pmatrix} (x - \lambda) & -w \\ 0 & x1_{n-1} - B \end{pmatrix} = (x - \lambda) \det(x1_{n-1} - B) = (x - \lambda)f_B(x).$$

- (4) 前小問と同じ仮定のもと、 $(A - \lambda 1_n) \cdot f_B(A)$  を計算せよ。  
行列のブロック区分けを上手く用いる。

$$(A - \lambda 1_n) \cdot f_B(A) = \begin{pmatrix} 0 & w \\ 0 & B - \lambda 1_{n-1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} f_B(\lambda) & * \\ 0 & f_B(B) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & wf_B(B) \\ 0 & f_B(B) \end{pmatrix}$$

$n$  に関する帰納法をもちいると、 $f_B(B) = 0$  がしたがうから、それを用いて最後の行列=0 とやってもよい。

---