

線形代数学 II やってみよう問題 NO.3 ヒント 2

(4) のヒント: (1) の結果を用いて内積の結果を書き並べる。

$$(1 \ 0 \ 0) A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 2$$

$$(1 \ 0 \ 0) A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$(1 \ 0 \ 0) A \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

ならべて (行列の連結をして。教科書の「行列の連結と区分け」の章を参照)

$$(1 \ 0 \ 0) A \begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (2 \ 0 \ 0)$$

同様に

$$(2 \ 1 \ 0) A \begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (0 \ * \ 0)$$

$$(-5 \ -1 \ 1) A \begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (0 \ 0 \ *)$$

上の3つの式の左辺同士、右辺同士をそれぞれ連結して

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -5 & -1 & 1 \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix}$$

を得る。 $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ とおけば、上式の左辺は tPAP と等しい。