

体論 やってみよう問題 NO.15

出席番号、名前： _____

問題 15.1. $\alpha = \sqrt{5 - \sqrt{3}}$, $\beta = \sqrt{5 + \sqrt{3}}$ とし、 $L = \mathbb{Q}(\alpha, \beta)$ とおく。 $G = \text{Gal}(L/\mathbb{Q})$ の元 σ, τ を

$$\begin{aligned}\sigma(\alpha) &= \beta, & \sigma(\sqrt{22}) &= \sqrt{22}, \\ \tau(\alpha) &= \alpha, & \tau(\sqrt{22}) &= -\sqrt{22}.\end{aligned}$$

で定義する。このとき:

- (1) $\alpha\beta$ を計算しなさい。
- (2) $\tau(\beta)$ を求めなさい。
- (3) $\sigma\tau \neq \tau\sigma$ であることを示しなさい。

一行感想以外の答えは下の線より下にかくこと。多い場合は裏にまわっても良い。
