

抽象代数学特論

8:50 ~

$$10 \text{進法} \rightarrow 1234.0 \Leftrightarrow [4321]_{10}$$

$$1230 \Leftrightarrow [0.0321]_{10}$$

$$1200 \Leftrightarrow [0.0021]_{10}$$

$$2200 \Leftrightarrow [0.0022]_{10}$$

↑
有限小数
0

(2) ~~無限小数~~ 无限小数, 无限小数

$$\dots -432200 \Leftrightarrow [0.0022345678 \dots]_{10}$$

无限小数

① 好
 ② 世
 常
 理

1.4, 1.41, 1.414, 1.4142, ...

③ 9
 : Candy 34

極限 $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

④ 完備性
 complete

↓ 完備化

\mathbb{R}

$$(X, d) \xrightarrow{\text{dense}} (\bar{X}, d)$$

complete metric space

\bar{X} の作り方 ① X の Cauchy 列の全列を考慮

$$\text{Cauchy}(X) = \left\{ \underbrace{\{a_i\}_{i=1}^{\infty}}_{\text{Cauchy}} \mid a_i \in X \right\} \subset X^{(\mathbb{Z}_{>0})}$$

Cauchy(X) の \mathbb{R} 値関数 (Borel-distance) を与える

$$d_1(x, y) = \lim_{i \rightarrow \infty} d(x_i, y_i) \quad : \text{極限が存在, } \{x_i\}, \{y_i\} \text{ Cauchy}$$

($d_1(x, y) = 0 \Rightarrow x = y$)
「 \mathbb{R} 値関数」

Cauchy(X) に同値関係 \sim を
 $x \sim y \Leftrightarrow d_1(x, y) = 0$ とする

→ ① \sim は同値関係

① \sim は $\text{Cauchy}(X) / \sim$ 上の $d_2(x, y) = d_1(x, y)$

$d_2((x, \sim), (y, \sim)) \stackrel{\text{def}}{=} d_1(x, y)$

\sim well-defined と \mathbb{R} 値関数

② $\text{Cauchy}(X) / \sim$ は完備 (w.r.t. d_2)

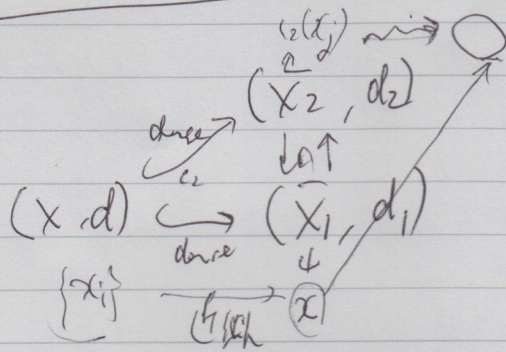
Ex. 2.B

$$(X, d) \hookrightarrow (\bar{X}, d)$$

完備化の1つ

$$\downarrow$$

$$(Cauchy(X)/\sim, d_2)$$



Ex 2.C 証明の
完備化定理の詳細を
のべよ

