線形代数学II No.3

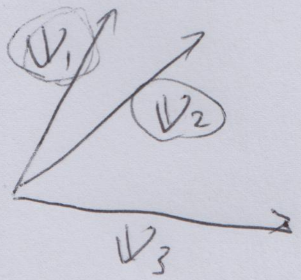
15:40〜

$$(a_1 \mathbf{v}_1 + a_2 \mathbf{v}_2 + a_3 \mathbf{v}_3, b_1 \mathbf{v}_1 + b_2 \mathbf{v}_2 + b_3 \mathbf{v}_3)$$

$$= (a_1\ a_2\ a_3) A \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$\left(\sum_i a_i \mathbf{v}_i, \sum_j b_j \mathbf{v}_j\right) = (a_1, \cdots, a_n) A \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

A : 正定値対称行列



$(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) = (A)_{12} = -4 \neq 0$

$\mathbf{v}_1$ はそのまま. $\underline{\mathbf{u}_1 = \mathbf{v}_1}$

$\mathbf{v}_2$のほうは

$\mathbf{u}_2 = \mathbf{v}_2 + s\mathbf{v}_1$ におきかえる

$\mathbf{u}_1 \perp \mathbf{u}_2$ となるようにしたい

→できる.

$\mathbf{v}_3$を微ちょうせい

$\mathbf{u}_3 \perp \mathbf{u}_1$, $\mathbf{u}_3 \perp \mathbf{u}_2$ にできる.

u_1, u_2, u_3 が

$u_1 \perp u_2$, $u_1, u_2 \perp u_3$ となるように得られる.

$\rightarrow \{u_1, u_2, u_3\}$ は直交系

(5) u_1, u_2, u_3 は直交基底.

$$w_1 = \frac{u_1}{|u_1|}, \quad w_2 = \frac{u_2}{|u_2|}, \quad w_3 = \frac{u_3}{|u_3|}$$

$\rightarrow$ 正規直交系

(4)

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & s & t \\ 0 & 1 & u \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ とおく

$$Qe_1 = \begin{pmatrix} s \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\Updownarrow$

v_1

$\Updownarrow$

$s v_1 + v_2$

$${}^t(Qe_2) A Q e_1 = 0$$

$\Updownarrow$

(2)

$${}^t(Qe_i) A (Qe_j) = 0 \quad (i \neq j)$$

$\Updownarrow$

(2), (3)