微分積分学基礎 NO.2 要約

今日のテーマ:**(実数区間上の) 連続関数**

定義 2.1. 実数 a を含む区間上で定義された関数 f にたいして、実数 A が、

$$\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \text{ such that } |x-a| < \delta \implies |f(x) - A| < \epsilon$$

を満たすとき、A は f の $x \to a$ での極限であるといい、$\lim_{x\to a} f(x) = A$ と表記する。

定理 2.2.
極限は存在するとすれば一つである。
極限は和、差、積、(分母が 0 でない) 商をたもつ。

定義 2.3. 実数 a を含む区間 I 上で定義された関数 f が、

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$$

を満たすとき、f は a で連続であるという。f が I の全ての点で連続であるとき、f は I で連続であるという。

命題 2.4. 区間 I を固定すると、
I 上の 連続関数 f, g の和、差、積は連続である。I
f, g が連続で、I 上の各点 x で $g(x) \neq 0$ なら、f/g も I 上で連続である。

命題 2.5. 次の関数は $\mathbb{R}$ 上で連続である。

(1) 定数関数 $f(x) = c$.
(2) $f(x) = x$.
(3) $\sin(x)$, $\cos(x)$
(4) e^x