

理工系線形代数学 NO.15 要約

今日のテーマ: 補足

命題 15.1.

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ * & A_2 \end{bmatrix}$$

とブロック分けされたとする。このとき、 $\det(A) = \det(A_1)\det(A_2)$ であり、 A の固有多項式は A_1, A_2 の固有多項式の積と等しい。

命題 15.2. 実数 θ が与えられたとする。原点を中心とする \mathbb{R}^2 の回転は \mathbb{R}^2 の線形変換であり、それを表現する行列は

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

に等しい。

$R(\theta)$ の固有値は複素数 $\pm i$ であり、対角化は複素数の範囲で行う必要が生じる。そのことを踏まえたうえで、 $R(\theta)$ の対角化を書いてみると:

$$P^{-1}R(\theta)P = \begin{bmatrix} z & 0 \\ 0 & \bar{z} \end{bmatrix} \quad (P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -i & i \end{bmatrix}, z = \cos(\theta) + i\sin(\theta))$$