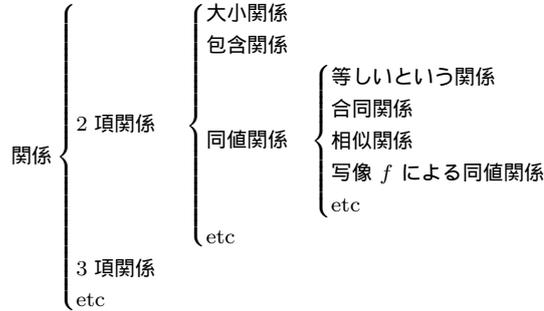


第 15 回目の主題：復習と補足。

同値関係
「関係」

定義 15.1. 集合 S 上の二項関係とは、 $S \times S$ の部分集合 \mathcal{R} のことである。 $x, y \in S$ にたいして、 $(x, y) \in \mathcal{R}$ のとき $x \underset{\mathcal{R}}{\sim} y$ と書いたりする。



クラス分け (分類) をするのに用いられる関係:同値関係

* クラス分けがうまくできるためには守らなければならないルールがある。

それが、推移律、反射律、対称律。

問題を 2 つに分ける

- (1) \sim は 同値関係か?
- (2) \sim によるクラス分けを行え。

同値関係による等化写像。

集合 X に同値関係 \sim が定まると、「等化写像」(「自然な射影」)

$$X \rightarrow X / \sim$$

が、各 $x \in X$ に対して x のクラスを対応させることで定まる。

部分集合全体の集合。 X の部分集合 S は、 X 上の $\{0, 1\}$ のみに値をとる関数

$$\chi_S(x) = \begin{cases} 1 & x \in X \text{ のとき} \\ 0 & x \notin X \text{ のとき} \end{cases}$$

と一対一に対応する。

ところで:

定義 15.2. X から Y への写像の全体のなす集合を Y^X と書き表す。

この定義に従うと、 X の部分集合の全体は $\{0, 1\}^X$ の元と一対一に対応するということになる。そこで:

定義 15.3. X の部分集合の全体のなす集合を 2^X と書き表す。

定理 15.4. X から 2^X への全射は存在しない。

とくに、例えば \mathbb{Z} の部分集合の全部を書きたいとき、 S_1, S_2, \dots , と添え字をつけていたのでは、添字が足りなくなる。そこで添字集合が必要にな。