

問題 8.1. 漸化式

$$\begin{cases} a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n & (n = 1, 2, 3, \dots) \\ a_1 = -1, \quad a_2 = 1 \end{cases}$$

の一般項を求めよ、という問題に対して、A 君は次の解答を書いた。この解答は(大変よいアイデアが使われているが)、解答としては不十分であって、大幅にその価値を損なっている。どこを改善すべきだろうか。

[A 君の解答]

特性方程式

$$x^2 = 3x - 2$$

を解くと、 $x = 1, 2$. そこで、定数 c_1, c_2 があって、

$$a_n = c_1 2^n + c_2$$

と仮定する。 $n = 1, 2$ のときを考えると、

$$2c_1 + c_2 = -1, \quad 4c_1 + c_2 = 1$$

これを解いて、 $c_1 = 1, c_2 = -3$. ゆえに、

$$a_n = 2^n - 3$$

今回は各人が次のことについて提出すること。グループ内で相談してもよい。

- (1) あなたなら、どのような解答を書くだろうか。A 君の解答を参考にしてもよいし、全く無関係に書いても良い。
- (2) A 君の解答を理解した上で、そこになにかアドバイスをするとすればどのようなことを書き加えるだろうか。

—電磁気学の創始者マックスウェルの講義は難解をきわめた。特に学生たちを悩ませたのは彼がほとんど黒板を使わず長大複雑な数式もどンドン口で語って先へ進んでしまうことであつた。

ある日とうとうたまりかねた学生は必ず式を黒板に書いてくれるよう彼に頼みこんだ。彼もその要求はもつとも思つたので諒承した。

しかしもう翌日には彼はそのことを忘れていた。彼はいつもの調子でとうとうと講義を進めた。

「よって電場の値 E は ϵ 分の 1, 積分することのカール H 掛けるラプラシアン・ファイサブ i, j , カッコ開く.... という式になる。このことは 1 プラス 1 が 2 になるように明白なことだ。」

ここまで講義したとき、彼はふと昨日の学生の要求を思い出したらしい。マックスウェルはやおら白墨を取り上げると黒板に

$$1 + 1 = 2$$

と書いて、さらに講義を続けていった。—

ブルーボックス「現代数学小辞典」p.87 より引用。