

## 総合演習 NO.4

○ 前回の「マイナス×マイナス」の説明をみて (復習):

- (1) 「かけ算」の意味から説明しはじめた方が好感が持てた。
- (2) カードゲームでの「マイナス札の増減(やりとり)」の説明がこの演習の中では「新しい」アイデアだ。

### 必要条件、十分条件

4.1. 「高等学校学習指導要領解説(数学編)」。全文は

[http://www.mext.go.jp/a\\_menu/shotou/new-cs/youryou/1282000.htm](http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/youryou/1282000.htm)

で読むことができる。

改訂の趣旨(ウ)より:

数学的な思考力・表現力は、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである。このため、数学的な思考力・表現力を育成するための指導内容や活動を具体的に示すようにする。特に、根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する。

4.2. 論理 vs 計算. 数学では、論理が大事だろうか、計算が大事だろうか。

- 現在の数学の(大)予想、今まで習って印象に残っている定理など知っている数学の問題、定理について、たくさん挙げてみよう。(できれば、ステートメントまで書いてみよう。)
- それらが「論理の問題」か、「計算の問題」か考えてみよう。

4.3. 「着想」と「証明」の違い。

- (1) 「着想」を得る時には、必ずしも論理的である必要はない。
- (2) 「証明」を書く際には、論理的なことが要求される。

4.4.  $xy = 0$  ならば  $x = 0$  または  $y = 0$ ?

- (1)  $x, y$  がどのような元(数, 行列, etc)であるかが大事。
- (2)  $x, y$  が環  $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$  や  $\mathbb{Z}/9\mathbb{Z}$  などの元の場合にはどうか。
- (3)  $x, y$  が行列の場合にはどうか。
- (4) 可換環の元  $a, b$  について、 $a = b$  をしめすには、 $10a = 10b$  を示せば十分だろうか。

間違いはどこか(「論理の間違い」としては同根であろう):

... 二次行列  $A$  が、 $A^2 - 3A + 2E = 0$  をみたすとする。Cayley-Hamilton の定理により  $\text{tr}(A) = 3, \det(A) = 2$  でなければならない...

以上の状況を知った上で、

- 「実数  $x, y$  が、 $xy = 0$  をみたすならば  $x = 0$  または  $y = 0$  である」を説明するとしたらどのようにすべきだろうか。