代数学 IB NO.4 要約

$\boxed{\text{今日のテーマ}}$復習

今日は復習と、定理や補題などの証明の残していた部分を行う。そのあと、次のことについても言及しよう。

例題 4.1. 17770430 を 9 で割った余りを求めよ。

(解答) 整数 n の $\mathbb{Z}/9\mathbb{Z}$ におけるクラス (剰余類) を $\bar{n}$ と書くことにする。一般に、$\overline{10} = \overline{1}$ であることに注意すると、

$$\overline{10}^k = \overline{1} \quad (k \in \mathbb{Z}_{>0})$$

というという等式が成り立つことがわかる。これを用いると、

$$\begin{aligned}
\overline{17770430} =& \overline{1 \times 10^7 + 7 \times 10^6 + 7 \times 10^5 + 7 \times 10^4} \\
& \overline{+0 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 0} \\
=& \overline{1} \times \overline{10}^7 + \overline{7} \times \overline{10}^6 + \overline{7} \times \overline{10}^5 + \overline{7} \times \overline{10}^4 \\
& + \overline{0} \times \overline{10}^3 + \overline{4} \times \overline{10}^2 + \overline{3} \times \overline{10}^1 + \overline{0} \\
=& \overline{1} + \overline{7} + \overline{7} + \overline{7} + \overline{0} + \overline{4} + \overline{3} + \overline{0} \\
& = \overline{1 + 7 + 7 + 7 + 0 + 4 + 3 + 0} \\
& = \overline{29} = \overline{2 \times 10 + 9} = \overline{2 + 9} = \overline{2}
\end{aligned}$$

を得る。

(答え) 2

(注意) 九去算は計算機のない時代に、計算の確かめの目的で使われた。現在でも、占い (バカラ占い) 等で名残を見かけることがある。

※レポート問題

つぎのうち一問を選択して解きなさい。(期限:次の講義の終了時まで。)

(I) あなたの思い付いた 8 桁以上の数 (簡単すぎないもの) を x とします。このとき、$x \times 314159265 + 1234567$ を 9 で割ったあまりを (計算機やコンピュータを使わずに) 求めなさい。x 自身と、求め方も書くこと。なお、検算にコンピュータ等を使用するのは構わないし、むしろ推奨する。

(II) $\mathbb{Z}/100\mathbb{Z}$ において、

$$[x]_{100} \circ [y]_{100} = [(2x \text{ を } y \text{ で割った余り})]_{100}$$

と「定義」する。(ただし、$[x]_{100}$ は整数 x の $\mathbb{Z}/100\mathbb{Z}$ でのクラスとする。) これは本当にうまく定義されているだろうか。