$\boxed{\text{コーシー列}}$

定義 7.1. 数列 $\{a_n\}$ がコーシー列であるとは、

$$\forall\epsilon > 0 \exists N \forall n, m \geq N \quad |a_n - a_m| < \epsilon$$

がなりたつときに言う。

補題 7.1. 実数の収束列はコーシー列である。

定理 7.1 ("定理 1.8")**.** コーシー列は収束列である。

問題 7.1.

$$c_j = \frac{1}{j + 2^j}$$

とおく。このとき

$$\{c_1, c_1 + c_2, c_1 + c_2 + c_3, c_1 + c_2 + c_3 + c_4, \ldots\}$$

はコーシー列であることを示しなさい。(すなわち、

$$a_j = \sum_{k=1}^{j} a_k$$

とおいたとき、$\{a_j\}_{j=1}^{\infty}$ はコーシー列であることを示しなさい。)