

単調増加・減少数列, 数 e

定理 5.1. (“例 1.8”)

$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

とおく。このとき $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ はある正の値に収束する。

定義 5.1. 収束値

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

のことを e と書き、ネイピアの数とか、自然対数の底と呼ぶ。

命題 5.2. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$ は収束し、

$$e \leq \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$$

がなりたつ。

問題 5.1. 正の単調減少実数列 $\{a_n\}$ が与えられているとき、

$$\left\{\frac{a_n}{n}\right\}_{n=1}^{\infty}$$

なる数列は必ず収束すると言えるだろうか？収束するならば収束値とその証明を、言えない場合には反例を挙げなさい。

A	α	alpha	アルファ	ギリシャ文字の表。 ● 左から順に、大文字、小文字、英語での読み、日本語での読み方を書いた。(ただし、「日本語での読み方」はだいたいの目安に過ぎない。) ● A, B, E など、通常のアルフアベットと同じに見える文字は、ふつうは数学では用いられない。 ● 逆に、同じ読みでも二つ以上の文字がある場合、数学では二つを区別し、それぞれ別の意味で用いることがある。
B	β	beta	ベータ	
Γ	γ	gamma	ガンマ	
Δ	δ	delta	デルタ	
E	ϵ, ε	epsilon	イプシロン	
Z	ζ	zeta	ゼータ	
H	η	eta	エータ	
Θ	θ, ϑ	theta	シータ	
I	ι	iota	イオタ	
K	κ	kappa	カツパ	
Λ	λ	lambda	ラムダ	
M	μ	mu	ミュー	
N	ν	nu	ニュー	
Ξ	ξ	xi	グザイ	
O	o	omicron	オミクロン	
Π	π, ϖ	pi	パイ	
P	ρ, ϱ	rho	ロー	
Σ	σ, ς	sigma	シグマ	
T	τ	tau	タウ	
Υ	υ	upsilon	ウプシロン	
Φ	ϕ, φ	phi	ファイ	
X	χ	chi	カイ	
Ψ	ψ	psi	プサイ	
Ω	ω	omega	オメガ	