

問題 14.1. 環準同型

$$\varphi : \mathbb{Z}[X] \rightarrow \mathbb{Z}/10\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$$

で、 $\varphi(X) = ([3]_{10}, [4]_{12})$ を満たすものについて考えたい。

- (1) そのようなものがあつたとして、
 - (a) $\varphi(X^3 + 5X + 6)$ はいくらになるべきだろうか。
 - (b) $\varphi(f(X)) = ([f(3)]_{10}, [f(4)]_{12})$ であることを示しなさい。
- (2) 上の条件を満たす環準同型 φ が存在することを示しなさい。

問題 14.2. 環準同型

$$\psi : \mathbb{Z} \ni n \mapsto ([n]_{10}, [n]_{12}) \in \mathbb{Z}/10\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$$

を考える。

- (1) $\text{Ker}(\psi)$ を求めよ。
- (2) 環の準同型定理により ψ から導かれる単射準同形写像はどんなものか？
- (3) ψ は全射といえるか？